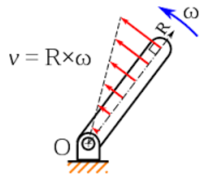


CINEMATIQUE DU SOLIDE

Equiprojectivité du champ des vitesses

Chapitre 10

9

1 – UTILITE

La **méthode graphique** d'équiprojectivité permet de **trouver le sens et l'intensité de la vitesse d'un point d'un solide** quand on connaît :

- La direction de la vitesse recherchée,
- Complètement une autre vitesse (en direction, sens et intensité)

Cette propriété est l'une des plus importantes de la cinématique du solide.

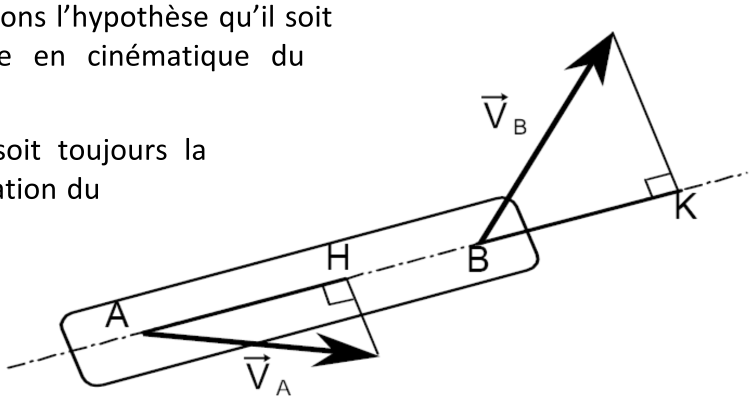
Même si l'usage que nous en ferons se limitera à des problèmes plans 2D, la propriété d'équiprojectivité est également vérifiée pour des mouvements quelconques dans l'espace 3D.

2 – DEMONSTRATION

Considérons deux point A et B d'un solide et faisons l'hypothèse qu'il soit indéformable (hypothèse systématiquement faite en cinématique du solide)

L'indéformabilité implique que la distance AB soit toujours la même, à chaque instant et quelle que soit l'orientation du solide ; on peut donc écrire :

$$\forall t \ \overline{AB} = C^{ste}$$



Voyons maintenant une conséquence sur les vitesses des points A et B, vitesses que nous notons $\overrightarrow{V_A}$ et $\overrightarrow{V_B}$.

Sur la droite (AB), $\overrightarrow{V_A}$ et $\overrightarrow{V_B}$ se projettent respectivement en $[AH]$ et $[BK]$.

⇨ $[AH]$ est donc la projection de $\overrightarrow{V_A}$ sur (AB)

⇨ $[BK]$ est donc la projection de $\overrightarrow{V_B}$ sur (AB)

Comme $\forall t \ AB = C^{ste}$, cela implique que $\forall t \ [AH]=[BK]$ (sinon, le point B s'éloignerait ou se rapprocherait du point A par déplacement sur la droite (AB), ce qui est impossible puisque, par définition, le solide est indéformable)

Par ailleurs, $[AH]$ étant la projection de $\overrightarrow{V_A}$ sur (AB) et $[BK]$ celle de $\overrightarrow{V_B}$, on peut écrire ce qui suit :

$$[AH] = \overrightarrow{V_A} \cdot \overrightarrow{AB} \qquad \text{et} \qquad [BK] = \overrightarrow{V_B} \cdot \overrightarrow{AB}$$

(voir section « Mathématiques », *produit scalaire*)

et, consécutivement :

$$\boxed{\overrightarrow{V_A} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{V_B} \cdot \overrightarrow{AB}}$$